

4.5: Ohio National Bank (ONB) Shift Scheduling

Ein Model aus der Klasse der *Shift Scheduling and Staff Planning Models*. Ausgearbeitet für die Vorlesung *Operation Research I* (110.040) unter der Leitung von Prof. Haunschmied.

Patrick Öhlinger
Matr. Nr. 0201345, 526
Wien, 13.Juni 2004

Ziel ist der kostenminimale Einsatz von Personal zum bearbeiten der tausenden von Checks die täglich in der Bank ankommen. Diese müssen für die Computerisierte Weiterverarbeitung aufbereitet. In Abb.1 folgt eine Aufstellung der zu bearbeitenden Checks/Stunde.

Zeit	Ankunft
11:00	10000
12:00	11000
13:00	15000
14:00	20000
15:00	25000
16:00	28000
17:00	32000
18:00	50000
19:00	30000
20:00	20000
21:00	8000

Abb. 1

Wobei folgende Punkte zu beachten sind:

- Bis 22:00 müssen alle Checks bearbeitet sein
- Pro Stunde dürfen nicht mehr als 20.000 Checks „liegen bleiben“
- Vollzeitbeschäftigte arbeiten 4h + (1h Mittagspause) + 4h + eine optionale Überstunde und verdienen 11\$/Stunde
- Teilzeitbeschäftigte arbeiten 4h zu je 7\$/Stunde
- Für Überstunden erhalten Vollzeit Beschäftigte 150% Zuschlag
- Für Arbeit nach 18:00 gibt es 1\$ Zuschlag

Um die Überstunden unter Kontrolle zu halten gibt es folgende zusätzliche Einschränkungen:

- Nicht mehr als die Hälfte der Vollzeitbeschäftigte können Überstunden machen
- und insgesamt nicht mehr als 20 Überstunden/Tag
- Weiters ist zu beachten das Vollzeitbeschäftigte produktiver sind (1000 Checks/Stunde) als Teilzeitbeschäftigte (800

Checks/Stunde).

- Aufgrund von einer begrenzten Anzahl von Encoding-Maschinen können nur 35 Arbeiter gleichzeitig arbeiten¹.

¹ Wenn die Anzahl der Arbeiter größer ist als 35, werden die Encoding-Maschinen vorrangig von Vollzeit Beschäftigte (da produktiver) besetzt. D.h. wenn z.B. 20 Vollzeitbeschäftigte und 25 Teilzeitbeschäftigte im Prozess sind, berechnet sich die Leistung wie folgt:

```
if(Sum_FT>35) return 35*1000;
else if(Sum_FT+Sum_PT>35) return Sum_FT*1000+(35-Sum_FT)*800;
```

Oder in Excel würde der Syntax wie folgt lauten:

```
=WENN(O3>35;35*FT_work_hour;
WENN((O3+P3)>35;O3*FT_work_hour+(35-O3)*PT_work_hour;
O3*FT_work_hour+P3*PT_work_hour))
```

Für die Modellierung der Aufgaben werden die möglichen Schichten wie in Abb. 2 aufgeteilt:

Start	Full-Time Shift			Part-Time Shift								
	11	12	13	11	12	13	14	15	16	17	18	
11:00	1			1								
12:00	1	1		1	1							
13:00	1	1	1	1	1	1						
14:00	1	1	1	1	1	1	1					
15:00	lunch	1	1		1	1	1	1				
16:00	1	lunch	1			1	1	1	1			
17:00	1	1	lunch				1	1	1	1		
18:00	1	1	1					1	1	1	1	
19:00	1	1	1						1	1	1	
20:00	1	1	1							1	1	
21:00		1	1									1

Abb. 2. Aufteilung der Schichten
(mögliche Überstunden sind grau hinterlegt)

Damit ergeben sich 11 mögliche Schichten mit zwei möglichen Überstunden, die nachfolgend mit $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{11}$ bzw. n_1, n_2 bezeichnet werden.

Die zu Minimierende Funktion lautet Erwartungsgemäß:

$$\text{Min}(x_1 * \text{kosten_}x_1 + x_2 * \text{kosten_}x_2 + \dots + x_{11} * \text{kosten_}x_{11} + (n_1 + n_2) * \text{kosten_ÜberSt})$$

Die Kosten der möglichen Schichten ($x_1 \dots x_{11}$) bzw. für die Überstunden (n_1, n_2) ergeben sich wie folgt aus c, d, e und f:

$$\text{kosten_}x_1 = 8h * 11\$ + 1\$$$

$$\text{kosten_}x_2 = 8h * 11\$ + 2\$$$

$$\text{kosten_}x_3 = 8h * 11\$ + 3\$$$

$$\text{kosten_}x_4 = 4h * 7\$$$

(...)

$$\text{kosten_}x_{11} = 4h * 7\$ + 3\$$$

$$\text{kosten_ÜberSt} = 1h * 11\$ + 1h * 11\$ * 1,5 + 1\$$$

Die Kosten der 11 Schichten bzw. der beiden möglichen Überstunden (n_1, n_2) erhalten nach Anwendung der obigen Formeln die folgenden Werte:

\$89	\$29	\$90	\$29	\$91	\$28	\$28	\$28	\$28	\$28	\$29	\$30	\$31
x1	n1	x2	n2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11

Unter Berücksichtigung der in a – j genannten Bedingung kam der Solver² zu folgenden Werten für $x_1 - x_{11}$ bzw. n_1, n_2 :

7,76	0	6,76	1,92	8,76	0	0	0	4,93	9,93	1,92	1,92	10,9
x1	n1	x2	n2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11

² Add-On für Microsoft Excel

Mit Kosten in Höhe von **\$3.018,96**

Durch eine Anpassung auf ganzzahlige Werte (von hand) ergab sich folgendes Ergebnis:

8	0	7	2	9	0	0	0	5	10	2	2	11
x1	n1	x2	n2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11

Die Kosten haben sich dabei auf **\$3.097,-** erhöht.

Wie man in Abb. 3 erkennt, hat sich der Übertrag³ (carry) nie über die in b vorgeschriebene Höchstgrenze von 20000 Checks bewegt. Nur gegen 18:00 wird es knapp da zu diesem Zeitpunkt 50000⁴ zu bearbeitende Checks ankommen.

	Parttime worker	Fulltime worker	done:	carry (todo - done):	todo + carry:	todo (given):
Start						
11:00	8	0	8000	10000	2000	10000
12:00	15	0	15000	13000	0	11000
13:00	24	0	24000	15000	0	15000
14:00	24	5	28000	20000	0	20000
15:00	16	15	28000	25000	0	25000
16:00	17	17	30600	28000	0	28000
17:00	15	19	30200	32000	1800	32000
18:00	24	25	32800	51800	19000	50000
19:00	24	15	32800	49000	16200	30000
20:00	16	13	26400	36200	9800	20000
21:00	11	11	19800	17800	0	8000

Abb. 3.: Anzahl der bearbeiteten Checks zu jeder Stunde

³ Mit Übertrag sind die Checks gemeint die nicht zu diesem Zeitpunkt bearbeitet werden können und daher in der nächsten Stunde mit ab zuarbeiten sind.

⁴ Eigentlich müssen um 18:00 51800 Checks (statt 50000) bearbeitet werden, da noch 1800 als Übertrag mitgerechnet werden müssen.